

# РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

---

УДК 624.5

## ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ ВИСЯЧЕГО МОСТА НА СТАТИЧЕСКУЮ НАГРУЗКУ

А. В. Резунов<sup>1</sup>, И. В. Раводин<sup>2</sup>

Воронежский государственный технический университет<sup>1,2</sup>  
Россия, г. Воронеж

---

<sup>1</sup>Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)7440700,  
e-mail: [rezav1950@rambler.ru](mailto:rezav1950@rambler.ru)

<sup>2</sup>Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(908)1308513, e-mail: [iravodin@yandex.ru](mailto:iravodin@yandex.ru)

---

**Постановка задачи.** Разработать методику пространственного расчета висячего моста с учетом геометрической нелинейности и с ее помощью исследовать влияние накопленных в процессе эксплуатации дефектов на параметры напряженно-деформированного состояния пешеходного висячего моста.

**Результаты.** Составлена пространственная конечно–элементная расчетная схема сооружения. Описана методика пространственного расчета висячего моста с учетом геометрической нелинейности методом конечных элементов с использованием программы Midas Civil. На примере расчета однопролётного пешеходного моста выполнено подробное численное исследование влияния дефектов на величину усилий в основных несущих конструкциях моста, величину изгибающего момента и прогибы балки жесткости. Рассмотрены характерные загрузки пролетного строения равномерно распределенной нагрузкой. Отдельно изучены последствия обрыва одной из подвесок.

**Выводы.** Полученные результаты численных исследований рассматриваемого моста свидетельствуют о его аварийном состоянии, что подтверждает выводы, сделанные при обследовании. Анализ влияния обрыва подвесок на несущую способность висячего моста может быть использован при назначении размеров поперечного сечения подвесок и расстояния между подвесками. Описанную в работе методику можно применить для выполнения пространственных расчетов различных висячих мостов.

**Ключевые слова:** висячий мост, геометрическая нелинейность, пространственный расчет, обрыв подвески, метод конечных элементов.

**Введение.** Висячие мосты находят широкое применение в мостостроении, в частности, в местах, где использование мостов иной конструкции неэффективно или представляется невозможным. С историей развития конструкции висячих мостов и методов их расчета можно ознакомиться в источниках [1–8]. В [9] подробно описаны сверхбольшие современные висячие мосты.

Первоначально для расчета висячих мостов использовались классические линейные методы строительной механики, например, метод сил [2]. Примерно с середины прошлого века получили развитие методы расчета висячих и вантовых мостов по деформированной схеме с использованием плоской расчетной схемы [1]. Эти методы используются и в настоящее время в основном для эскизного проектирования [10–11]. В последние годы в связи с бурным развитием вычислительной техники для статических и динамических пространственных расчетов висячих и вантовых мостов стали применяться конечно–элементные вычислительные комплексы [12–13]. В работе [14] авторами на примерах

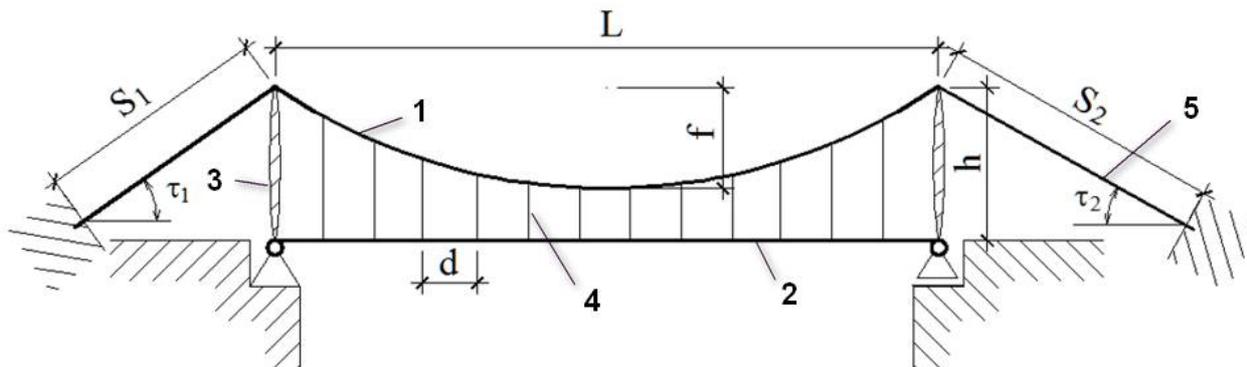
---

© Резунов А. В., Раводин И. В., 2021

расчетов висячих мостов с разной длиной пролетов в плоской постановке исследовались точность и область применения метода сил [2], полуаналитического метода Смирнова [1] и метода конечных элементов (ВК Лира и Midas Civil).

В данной статье рассматривается пространственный расчет висячего моста методом конечных элементов с использованием программы Midas Civil. Построенная трёхмерная численная модель предоставляет более подробную информацию о напряжённо-деформированном состоянии конструкций моста, позволяет учесть наличие дефектов, в том числе имеющих односторонний характер (обрыв подвески), выполнить расчет на действие нагрузки, произвольно установленной по ширине пролетного строения.

**Методика расчета.** Основными элементами висячих мостов, параметры которых используются в дальнейших расчетах, являются кабели, балка жесткости, пилоны, подвески и растяжки. Для однопролетного висячего моста эти элементы показаны на рис. 1.



**Рис. 1.** Элементы висячего моста: 1 – кабель, 2 – балка жесткости, 3 – пилоны, 4 – подвески, 5 – растяжки

К основным элементам висячих мостов относятся также анкеры – концевые устройства крепления кабелей. В современных конструкциях большепролётных висячих мостов пилоны обычно жёстко заделаны в основание.

Расчет висячего моста по деформированной схеме можно разделить на следующие основные этапы:

- ✓ загрузка несущего кабеля постоянной нагрузкой от собственного веса и веса балки жесткости, передающегося на кабель через подвески;
- ✓ обеспечение (тем или иным способом) равенства нулю прогибов и изгибающих моментов в балке жесткости; точки кабеля при этом получают некоторые перемещения и в его сечениях возникнут усилия преднапряжения;
- ✓ загрузка полученной системы временной нагрузкой и выполнение расчета с определением перемещений и усилий в ее элементах.

Возможная реализация этого алгоритма, используемая в данной работе, подробно описана в [14] на примере расчета висячих мостов по плоской схеме методом конечных элементов с использованием программных комплексов Лира и Midas Civil.

**Результаты численных исследований.** Пространственный расчет висячего моста рассмотрим на примере расчета однопролетного пешеходного висячего моста (рис. 1) через реку Репинка в г. Обнинске Калужской области (в 2015 г. заменен балочным мостом).

Перед реконструкцией в 2014 г. мост был обследован сотрудниками ВГАСУ. По результатам предыдущих обследований (2002 г. и 2007 г.) техническое состояние моста было оценено как аварийное и принято решение о необходимости реконструкции. После обследования в 2014 г. было дано аналогичное заключение (расчет моста при этом не проводился). Первоначально движение пешеходов по мосту было ограничено, а после обрыва ряда подвесок окончательно прекращено.

Приведем результаты пространственного расчета указанного моста как без учета, так и с учетом имеющихся дефектов. Рассмотрим также вопрос о влиянии обрыва подвески на напряженно-деформированное состояние рядом расположенных элементов.

Ниже даны сведения о конструкции моста, необходимые для построения пространственной расчетной схемы.

Длина пролета  $L=88$  м. Несущие кабели и растяжки представляют собой два металлических каната, состоящие каждый из семи прядей из 37 высокопрочных проволок диаметром 2.8 мм с модулем упругости  $1.67 \cdot 10^5$  МПа. Стрела провисания кабеля  $f=8.98$  м. Расстояние между кабелями 2.6 м. Длина растяжек  $S_1=20.97$  м и  $S_2=15.93$  м, углы наклона растяжек  $\tau_1=17.51^\circ$  и  $\tau_2=21.73^\circ$ .

Подвески выполнены из гладких арматурных стержней класса А1 диаметром 22 мм. Расстояние между подвесками  $d=4$  м.

Балка жесткости состоит из двух решетчатых ферм высотой 1.3 м. Пояса ферм представляют собой тавры, полученные из разрезанных пополам двутавров № 24. Стойки решетки, установленные с шагом 2 м, выполнены из швеллера №10. Между стойками расположены две диагональные и одна вертикальная связи, выполненные из прокатных равнополочных уголков 50x5 мм. Нижние пояса ферм соединены между собой системой ветровых связей, также выполненных из уголков сечением 50x5 мм, и поперечных связей из швеллера № 12 длиной 2.7 м. Устойчивость верхнего пояса фермы в горизонтальной плоскости обеспечивается устройством подкосов к участкам поперечных связей нижнего пояса, выходящих за пределы прогожей части. Изгибная жесткость балки равна  $605 \text{ МН} \cdot \text{м}^2$ .

Пилоны моста высотой  $h=8.5$  м соединены с основанием при помощи шарниров и в расчетах предполагаются абсолютно жесткими.

Пешеходная часть шириной 1.8 м представляет собой однослойный деревянный настил из продольно уложенной на поперечные брусья сечением 100x150 мм обрешеточной доски толщиной 50 мм. Шаг установки брусьев 2 м.

Пространственная расчетная схема моста показана на рис. 2. Более подробно фрагмент балки жесткости приведен на рис. 3.

Расчёт выполнялся с использованием конечно-элементного комплекса Midas Civil. На начальном этапе для определения усилий преднапряжения в кабеле балка моделировалась пространственным стержнем эквивалентной жёсткости. Стержень, нагруженный постоянной нагрузкой интенсивности  $g=1,5$  кН/м, соединялся с подвесками при помощи жёстких вставок, обеспечивающих совместные деформации элементов конструкции. Определение сил преднапряжения в кабеле производилось с использованием функции "Suspension Bridge Analysis Control".

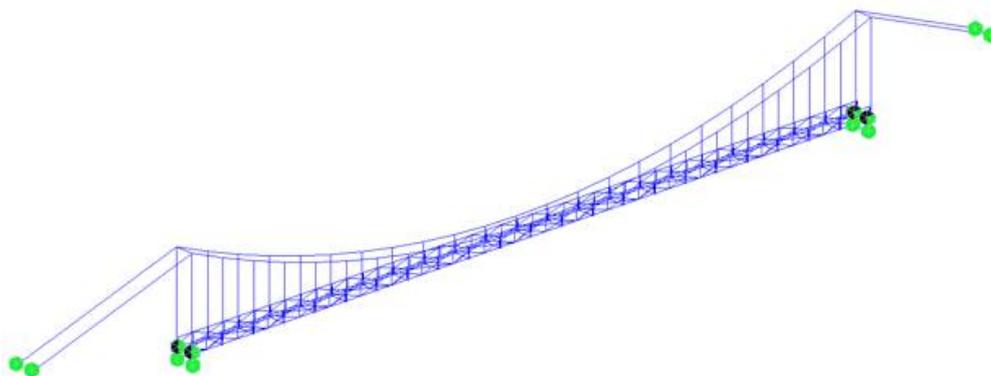


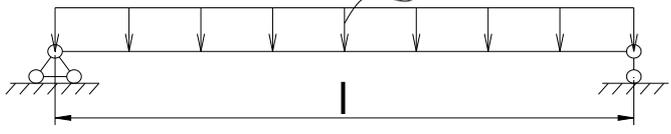
Рис. 2. Пространственная конечно-элементная расчётная схема моста

После определения усилий преднапряжения стержень, моделирующий балку жёсткости, заменялся пространственной стержневой конструкцией (рис. 2). Сечения

элементов задавались на основании результатов технического обследования моста, произведённого в 2014 г. Расчет на временную нагрузку от толпы пешеходов интенсивностью  $q=4$  кПа выполнялся без учета и с учетом износа несущих элементов (снижение площади поперечного сечения кабелей на 18% с  $15.948 \text{ см}^2$  до  $13.077 \text{ см}^2$  и момента инерции балки жесткости на 50% с  $0.00275 \text{ м}^4$  до  $0.00137 \text{ м}^4$ ). Рассматривались загрузки всего и половины пролетного строения, начиная от опоры. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и табл. 2, где  $M_{\max}$  – максимальный изгибающий момент в балке жесткости,  $V_{\max}$  – максимальный прогиб.

Таблица 1

Результаты расчетов при загрузении всего пролетного строения

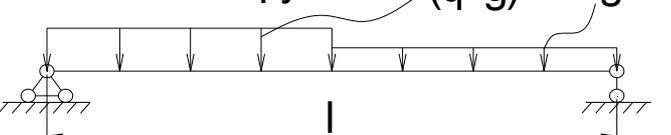
Схема загрузки ( $q+g$ )			
			
Значения расчетных параметров	Без учёта дефектов	С учётом дефектов	Расхождение, %
$M_{\max}$ , кН·м	257.6	153.6	40.4
$V_{\max}$ , см	34.8	42.6	22.4

Полученные результаты подтверждают сделанный при обследовании вывод о неудовлетворительном техническом состоянии сооружения.

Отметим, что приведенные результаты могут быть получены при выполнении расчетов по плоской расчетной схеме, так как учитывались только дефекты, имеющие симметричный характер относительно продольной оси моста.

Таблица 2

Результаты расчетов при загрузении половины пролетного строения

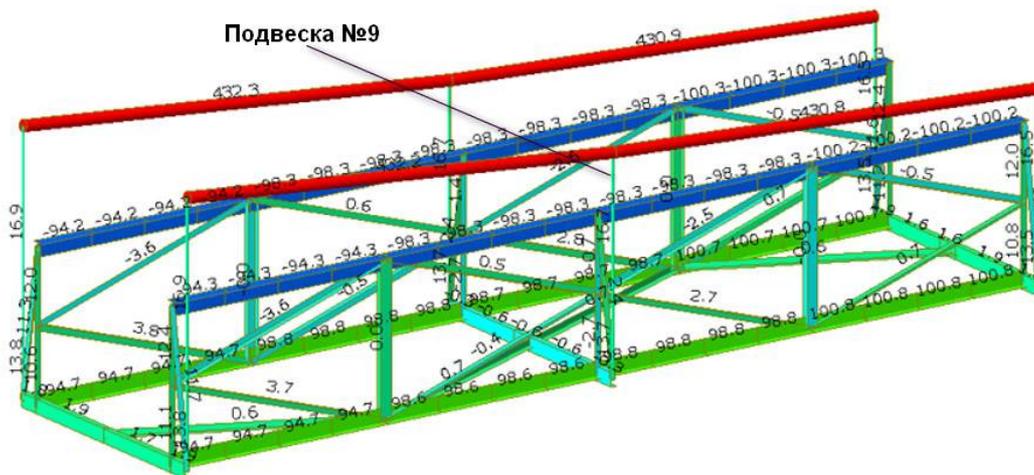
Схема загрузки ( $q+g$ )			
			
Значения расчетных параметров	Без учёта дефектов	С учётом дефектов	Расхождение, %
$M_{\max}$ , кН·м	789.7	652.9	17.3
$V_{\max}$ , см	37.8	58.6	55

Далее рассмотрим влияние обрыва подвески с одной стороны моста на напряженно-деформированное состояние рядом расположенных элементов сооружения. В этом случае использование пространственного расчета является необходимым.

Отметим, что система подвесок является одной из наиболее важных передающих нагрузку частей висячих мостов, которые проектируются с относительно высоким коэффициентом надежности (от 3 до 4.5) [8]. Поэтому анализ влияния обрыва подвесок, а также вант в вантовых мостах на напряженно-деформированное состояние конструкций моста имеет важное практическое значение [8, 15, 16].

При обследовании сооружения был установлен обрыв двух подвесок: № 9 с правой стороны и № 21 с левой стороны моста.

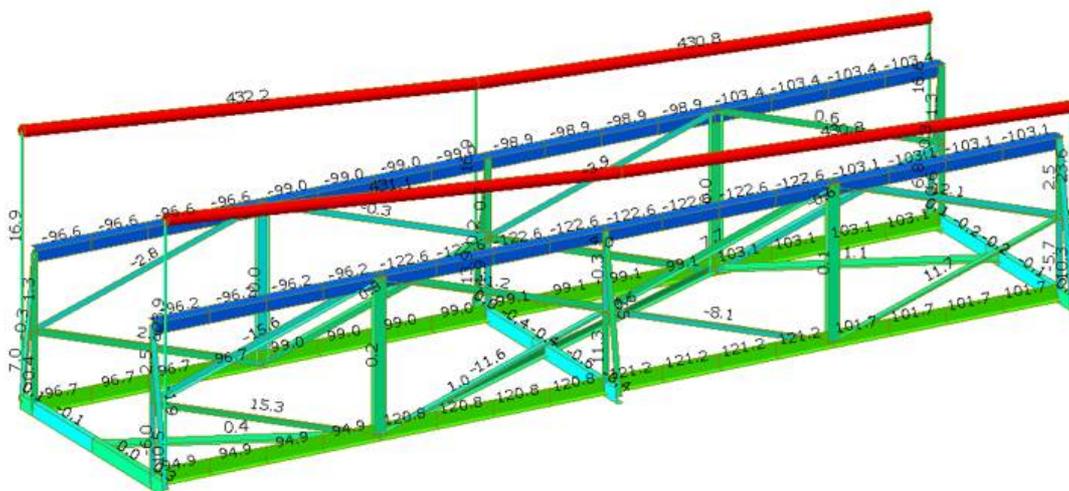
Рассмотрим фрагмент моста в окрестности подвески № 9. На рис. 3 представлены продольные усилия в элементах пролетного строения и подвесках, возникающие при загрузении всего пролёта временной нагрузкой. При выполнении расчетов разрыв подвески не учитывался.



**Рис. 3.** Продольные усилия (кН) в элементах пролетного строения, подвесках и несущих кабелях, полученные без учета разрыва подвески № 9. Загружено все пролетное строение

На рис. 4 показаны продольные усилия в элементах моста, возникающие при загрузении всего пролёта временной нагрузкой, найденные с учётом разрыва подвески № 9.

Результаты расчетов показывают, что абсолютное значение продольной силы в поясах фермы рядом с оборванной подвеской выросло на 22% в верхнем поясе и на 21% в нижнем поясе. Усилия в соседних подвесках увеличились на 41% в подвеске № 8 и на 43% в подвеске № 10. Усилия в несущих кабелях практически не изменяются.



**Рис. 4.** Продольные усилия (кН) в элементах моста после разрыва подвески № 9. Загружено все пролетное строение



Заметим, что максимальное усилие в подвесках достигается при загрузке временной нагрузкой всего пролетного строения и составляет при расчете без учета дефектов примерно 17 кН. Усилие в подвесках, ближайших к оборвавшейся подвеске № 9, составляет 23.9 кН, что на 41% больше. Данный результат говорит об аварийном состоянии моста после разрыва подвесок. До разрыва подвесок движение пешеходов по мосту было существенно ограничено, после разрыва полностью закрыто.

Учитывая то, что разрушающая нагрузка для подвески из круглой арматуры класса А1 диаметром 22 мм составляет не менее 90 кН, можно предположить, что обрыв подвески произошёл вследствие нарушения условий эксплуатации (коррозия металла, деформация узла крепления, неодинаковое натяжение ветвей канатов и т.д.).

Максимальное сжимающее усилие в верхних сжатых поясах ферм пролетного строения достигается при загрузке временной нагрузкой половины пролетного строения и составляет 314 кН. Усилие в верхнем поясе фермы у оборвавшейся подвески № 9 по результатам расчетов равно 242.4 кН, что значительно меньше максимального значения. Более опасным с точки зрения увеличения усилий в поясах ферм является возможный обрыв подвески № 6, вблизи которой эти усилия максимальны.

**Выводы.** Описанная в работе методика позволяет выполнять пространственные расчеты висячих мостов различной конструкции. Результаты численных исследований состояния конструкций однопролетного висячего пешеходного моста через реку Репинка в г. Обнинске подтверждают сделанный при обследовании вывод о его аварийном техническом состоянии. Показано, что обрыв подвески оказывает существенное влияние на параметры напряженно-деформированного состояния расположенных рядом конструктивных элементов моста, что соответствует необходимости использования при проектировании подвесок сравнительно больших значений коэффициентов надежности.

#### Библиографический список

1. Смирнов В.А. Висячие мосты больших пролетов. М.: Высш. шк., 1975. 368 с.
2. Качурин В.К., Брагин А.В., Ерунов Б.Г. Проектирование висячих и вантовых мостов. М.: Транспорт, 1971. 280 с.
3. Кирсанов Н.М. Висячие и вантовые конструкции. М.: Стройиздат, 1981. 158 с.
4. Сафронов В.С. Расчет висячих и вантовых мостов на подвижную нагрузку. Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1983. 195 с.
5. Бахтин С.А., Овчинников И.Г., Инамов Р.Р. Висячие и вантовые мосты. Проектирование, расчет, особенности конструирования: учеб. пособие. Саратов: Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та, 1999. 124 с.
6. Дмитриев Ю.В., Дороган А.С. Аналитические методы расчета висячих и вантовых мостов: учеб. пособие. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2008. 194 с.
7. Gimsing N.J., Georgakis C.T. Cable Supported Bridges. Concept and Design. 3rd Ed. Ltd John Wiley & Sons, 2012. 592 p.
8. Buonopane S.G., Billington D.P. Theory and history in suspension bridge design from 1823 to 1940 // Journal of Structural Engineering. 1993. Vol. 119(3). P. 954–977.
9. Яковлева Л.Г. Большие мосты: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во ГБОУ СПО СО ЕКТС, 2012. 131 с.
10. Чан Тхай Минь. Разработка методики и программы автоматизации проектирования висячих мостов с металлическими балками жесткости: дисс. ... канд. техн. наук. М., 2010. 152 с.
11. Cobo del Arco D., Aparicio A.C. Preliminary static of suspension bridges // Engineering Structures. Vol. 23, Iss. 9. 2001. P. 1096–1103.
12. Потапов В.Д., Папаев М.А. Об устойчивости висячих и вантовых мостов, находящихся под действием ветровых нагрузок, в детерминированной и

- стохастической постановках // Строительная механика и расчет сооружений. 2005. №6. С. 32–37.
13. Кадисов Г.М., Чернышов В.В. Конечно-элементное моделирование динамики мостов при воздействии подвижной нагрузки // Инженерно-строительный журнал. 2013. №9. С. 56–63.
  14. Резунов А.В., Раводин И.В. Анализ методов расчета висячих мостов на статическую нагрузку // Строительная механика и конструкции. 2019. № 3(22). С. 62–75.
  15. Кадисов Г.М., Чернышов В.В. Динамика вантового моста после обрыва ванты // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2011. №22. С. 19–23.
  16. Guangrun W., Wenliang Q., Tianyu W. Nonlinear dynamic analysis of the self-anchored suspension bridge subjected to sudden breakage of a hanger // Engineering Failure Analysis. Vol. 97. 2019. P. 701–717.

#### References

1. Smirnov V.A. Hanging bridges of large spans. M.: Higher. school, 1975. 368 p.
2. Kachurin V.K., Bragin A.V., Erunov B.G. Design of suspension and cable-stayed bridges. Moscow: Transport, 1971. 280 p.
3. Kirsanov N.M. Hanging and cable-stayed structures. Moscow: Stroyizdat, 1981. 158 p.
4. Safronov V.S. Calculation of suspension and cable-stayed bridges for a moving load. Voronezh: Voronezh Publishing House. University, 1983. 195 p.
5. Bakhtin S.A., Ovchinnikov I.G., Inamov R.R. Suspension and cable-stayed bridges. Design, calculation, design features: textbook. Saratov: Publishing house of Saratov State Technical University, 1999. 124 p.
6. Dmitriev Yu.V., Dorogan A.S. Analytical methods for calculating suspension and cable-stayed bridges: textbook. Khabarovsk: FVGUPS Publishing House, 2008. 194 p.
7. Gimsing N.J., Georgakis C.T. Cable Supported Bridges. Concept and Design. 3rd Ed. Ltd John Wiley & Sons, 2012. 592 p.
8. Buonopane S.G., Billington D.P. Theory and history in suspension bridge design from 1823 to 1940. Journal of Structural Engineering. Vol. 119(3). 1993. Pp. 954-977.
9. Yakovleva L.G. Big bridges: textbook. Ekaterinburg: Publishing house GBOU SPO SO EKTS, 2012. 131 p.
10. Chan Thai Minh. Development of a methodology and program for the automation of design of suspension bridges with metal stiffening beams: Dissertation of Cand. tech. sciences. M., 2010. 152 p.
11. Cobo del Arco D., Aparicio A.C. Preliminary static of suspension bridges. Engineering Structures. Vol. 23. No. 9. 2001. Pp. 1096-1103.
12. Potapov V.D., Papaev M.A. On the stability of suspension and cable-stayed bridges under the influence of wind loads in deterministic and stochastic formulations. Building mechanics and calculation of structures. No. 6. 2005. Pp. 32–37.
13. Kadisov G.M., Chernyshov V.V. Finite-element modeling of the dynamics of bridges under the influence of a moving load. Engineering and construction journal. 2013. No. 9. Pp. 56–63.
14. Rezunov A.V., Ravodin I.V. Analysis of methods for calculating suspension bridges for static load. Building mechanics and structures. No. 3(22). 2019. Pp. 62–75.
15. Kadisov G.M., Chernyshov V.V. The dynamics of the cable-stayed bridge after the break of the cable. Bulletin of the Siberian State Automobile and Road Academy. No. 22. 2011. Pp. 19-23.

16. Guangrun W., Wenliang Q., Tianyu W. Nonlinear dynamic analysis of the self-anchored suspension bridge subjected to sudden breakage of a hanger. *Engineering Failure Analysis*. Vol. 97. 2019. Pp. 701-717.

## SPATIAL CALCULATION OF THE HANGING BRIDGE ON STATIC LOAD

A. V. Rezunov<sup>1</sup>, I. V. Ravodin<sup>2</sup>

Voronezh State Technical University<sup>1,2</sup>  
Russia, Voronezh

---

<sup>1</sup> PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics; Tel.: +7(910)7440700, e-mail: [rezav1950@rambler.ru](mailto:rezav1950@rambler.ru)

<sup>2</sup> Graduate Student of the Department of Structural Mechanics; Tel.: +7(908)1308513, e-mail: [iravodin@yandex.ru](mailto:iravodin@yandex.ru)

---

**Problem statement.** To develop a method of spatial calculation of a suspension bridge, taking into account geometric nonlinearity, and with its help to study the influence of defects accumulated during operation on the parameters of the stress-strain state of a pedestrian suspension bridge.

**Results.** A spatial finite-element design scheme of the structure has been drawn up. The article describes a method of spatial calculation of a suspension bridge taking into account geometric nonlinearity by the finite element method using the Midas Civil program. On the example of calculating a single-span pedestrian bridge, a detailed numerical study of the effect of defects on the magnitude of the forces in the main bearing structures of the bridge, the magnitude of the bending moment, and deflections of the stiffening beam was carried out. The characteristic loadings of the superstructure with a uniformly distributed load are considered. The consequences of breaking one of the suspensions were studied separately.

**Conclusions.** The obtained results of numerical studies of the considered bridge indicate its emergency state, which confirms the conclusions made during the survey. Analysis of the effect of suspension breakage on the bearing capacity of a suspension bridge can be used to determine the dimensions of the suspension cross-section and the distance between the suspensions. The technique described in the work can be applied to perform spatial calculations of various suspension bridges.

**Keywords:** suspension bridge, geometric nonlinearity, spatial calculation, suspension breakage, finite element method.